

# Algoritmi i strukture podataka

## Elektrijada 2023 - Ohrid, Severna Makedonija

### Zadatak 1

Postoji  $N$  vrsta novčanica, sa različitim apoenima. Ukoliko su dati apoeni svih novčanica, i pretpostavka da imamo neograničeno mnogo novčanica u svakom apoenu, koji je **najveći** iznos koji **ne možemo** tačno platiti ovim novčanicama?

Primer: Ukoliko imamo novčanice sa apoenima  $A = [3, 7]$ , iznosi koje ne možemo tačno platiti su:  $\{1, 2, 4, 5, 8, 11\}$ , sve iznose preko 11 možemo platiti nekom kombinacijom ovih novčanica, npr.  $20 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 7$  ili  $25 = 6 \cdot 3 + 1 \cdot 7$  ili  $27 = 9 \cdot 3$ , pa bi rešenje bilo 11.

**Ispisati najveći iznos koji ne možemo platiti novčanicama sa datim apoenima:**

a)	2 poena	$N = 5, A = [5, 11, 15, 21, 25]$
b)	5 poena	$N = 2, A = [2023, 2024]$
c)	7 poena	$N = 5, A = [31, 33, 35, 37, 39]$

### Zadatak 2

Moto skup od  $N$  motora kreće autoputem sa početne pozicije. Svi motori se kreću istim putem, istom brzinom, u istom smeru. Data je zapremina rezervoara svakog od motora u litrima (niz  $R$  od  $N$  brojeva,  $R[i]$  predstavlja zapreminu  $i$ -tog motora), i rezervoar svakog motora je na početku pun do svog maksimuma. Svi motori troše isto goriva, 1 litar po kilometru. Motor se ne može kretati dalje ukoliko nema goriva u rezervoaru, i on ostaje na poziciji do koje je stigao, ostali motori koji još uvek imaju goriva mogu nastaviti kretanje.

Na svakih 1km na autoputu postoji odmaralište gde motoristi mogu da zastanu, i eventualno pretoče jedni drugima gorivo. Ne postoji drugi način da motoristi dosipaju novo gorivo.

Pošto želimo da moto skup traje što duže, koja je najdalja tačka na autoputu do koje može stići bar jedan motor, nije važno koji, ukoliko motoristi optimalno isplaniraju stajanja i deljenje goriva?

Primer: Za  $N=3$ , i  $R=[4, 9, 16]$ , rešenje je 21. Jedan od mogućih načina za stajanje i deljenje:

Na početku je stanje rezervoara: {4/4, 9/9, 16/16}

Nakon pređena 2km, motoristi prave pauzu, i trenutno stanje rezervoara je {2/4, 7/9, 14/16} (u prvom motoru nalazi se 2L od mogućih 4L, u drugom 7L od mogućih 9L, itd. - svaki motor je potrošio po 2L za pređenih 2km).

Ukoliko presipamo iz prvog motora 2L u drugi, stanje rezervoara će biti {0/4, 9/9, 14/16} - prvi motor će ostati ovde jer nema više goriva, dok drugi i treći nastavljaju kretanje dalje.

Na 6km (nakon pređenih još 4km) stanje rezervoara će biti: {/, 5/9, 10/16}, sada presipamo 5L iz drugog motora u treći, i drugi ostaje bez goriva, a treći nastavlja put sa 15L u rezervoaru.

Sa 15L treći motor može preći još maksimalno 15km i doći će do 21km gde završava put.

Ne postoji način za deljenje koji bi omogućio nekom motoru da stigne dalje.

**Ispisati dokle najdalje može stići bar jedan motor, za date parametre:**

a)	4 poena	$N = 4, R = [50, 100, 150, 200]$
b)	5 poena	$N = 10, R = [2023, \dots, 2023]$ (zapremina svakog motora je 2023L)
c)	8 poena	$N = 12, R = [2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096]$

### Zadatak 3

Ispisati niz koji se sastoji od  $N$  celih brojeva, gde je svaki broj između  $-999$  i  $999$  (uključujući i njih), takav da ovaj niz ima **tačno  $K$**  podnizova **uzastopnih** elemenata gde je zbir elemenata u podnizu pozitivan. Možete ispisati bilo koji niz koji zadovoljava ove uslove.

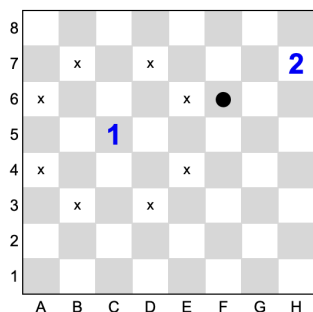
Primer: Za  $N=3$  i  $K=4$ , jedan od nizova koji zadovoljava ove uslove bi bio  $[4, -4, 5]$ . Postoji 6 podnizova uzastopnih elemenata  $\{[4], [-4], [5], [4, -4], [-4, 5], [4, -4, 5]\}$ , od kojih tačno 4 imaju pozitivnu sumu elemenata, to su:  $\{[4], [5], [-4, 5], [4, -4, 5]\}$ .

**Ispisati niz koji zadovoljava uslove zadatka za dato  $N$  i  $K$ :**

a)	3 poena	$N=5, K=10$
b)	4 poena	$N=15, K=107$
c)	8 poena	$N=30, K=267$

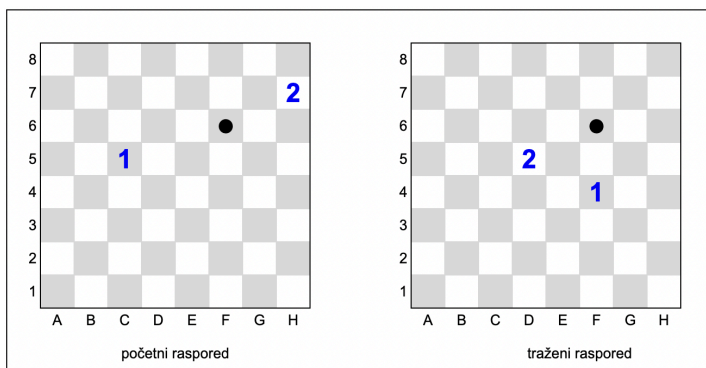
Data je šahovska tabla gde se na nekim poljima nalaze skakači, i gde su neka polja blokirana. Svaki skakač je obeležen različitim brojem, a blokirana polja su obeležena crnim krugom. Data je i druga tabla gde je prikazan raspored skakača koji želimo da dobijemo.

U jednom potezu možemo pomeriti bilo kojeg skakača na slobodno polje, odnosno polje koje nije blokirano, i nije već zauzeto drugim skakačem. Skakač se može kretati samo standardnim načinom kao u šahu:



Skakač br. 2 se nalazi na polju H7, i u jednom potezu može preći na polje G5 ili polje F8. Na polje F6 ne može preći zbog toga što je to polje blokirano.

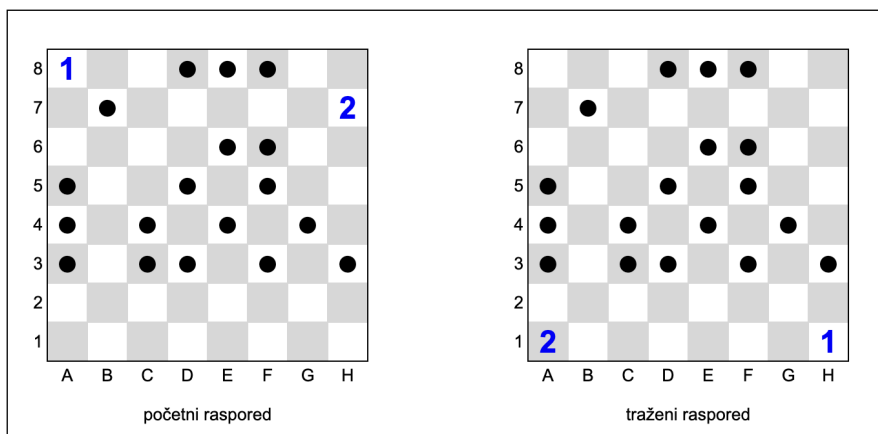
U svakom primeru, dobićete poene na osnovu broja urađenih poteza. Ukoliko je D broj poteza koji ste napravili u primeru, a najmanji mogući broj poteza za taj primer MinD, broj poena koje ćete dobiti u tom primeru je:  $P = \max(\text{MinP}, \text{MaxP} - (D - \text{MinD}) * C)$ . Parametri MinP, MaxP i C su dati za svaki primer.



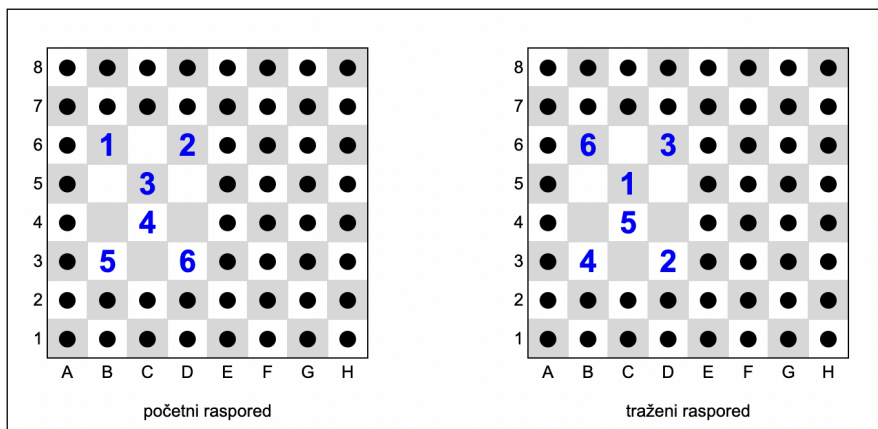
Za svaki potez ispisati prvo broj skakača kojeg pomeramo, slovo koje predstavlja kolonu na koju ga pomeramo i zatim broj koji predstavlja red na koji ga pomeramo. Primer dat na slici levo možemo rešiti u minimalno 6 poteza. Jedan od mogućih načina je:

1. 1E6    2. 2G5    3. 2E4    4. 2C3  
5. 2D5    6. 1F4

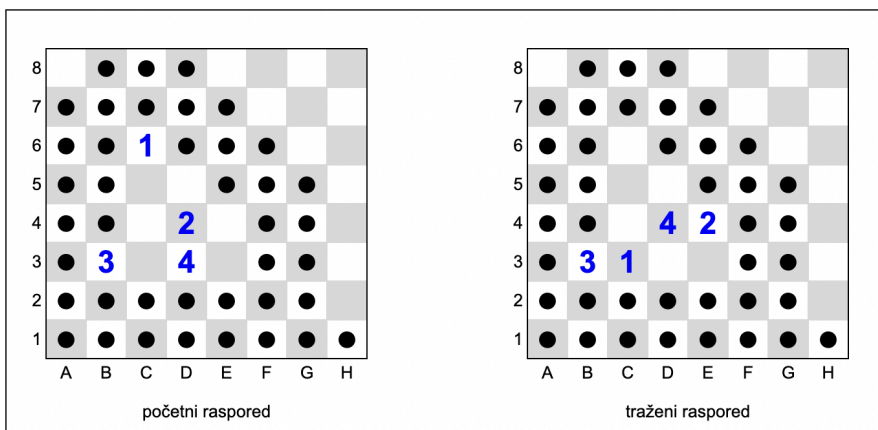
a)	MinP = 2, MaxP = 4, C = 2	Rasporedi prikazani na slici 4.1
b)	MinP = 3, MaxP = 8, C = 0.5	Rasporedi prikazani na slici 4.2
c)	MinP = 4, MaxP = 9, C = 0.5	Rasporedi prikazani na slici 4.3
d)	MinP = 5, MaxP = 9, C = 0.5	Rasporedi prikazani na slici 4.4



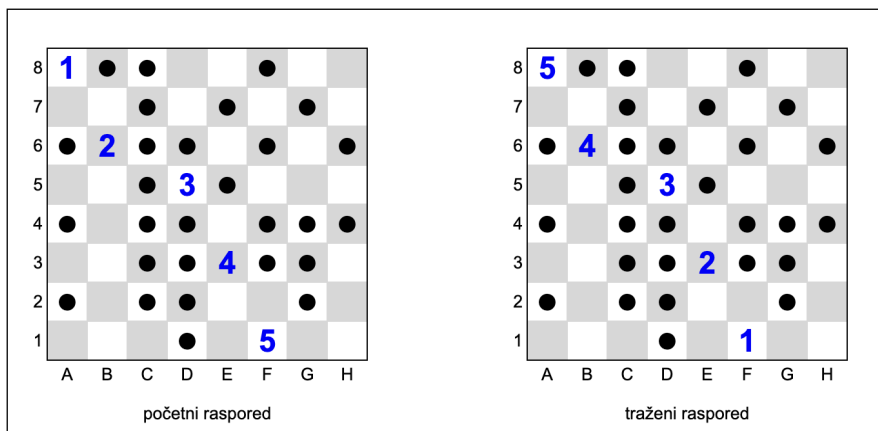
Slika 4.1



Slika 4.2



Slika 4.3



Slika 4.4

## Zadatak 5

Dat je "fliper" u obliku matrice, gde su neka polja prazna, neka polja sadrže prepreku, neka broj, a neka su crne rupe. Igra počinje ispaljivanjem kuglice na gore, sa donje strane proizvoljnog polja prve vrste. Kuglica se uvek kreće horizontalno ili vertikalno, i uvek prolazi kroz centar polja u matrici. Pri kontaktu sa preprekom, kuglica nastavlja kretanje u skladu sa zakonom po kome je upadni ugao jednak odbojnom (odnosno iz vertikalnog kretanja prelazi u horizontalno, i obrnuto, u smeru ka kojem je okrenuta prepreka). Igra se završava onog trenutka kada kuglica udari u neku od četiri strane flipera, ili ukoliko upadne u crnu rupu.

Broj fliper bodova na početku igre jednak je 1. Kada kuglica pređe preko nekog polja koje sadrži broj, broj trenutno osvojenih bodova se **množi** brojem sa tog polja. Ukoliko kuglica pređe više puta preko istog broja, više puta se i množi njim. Cilj igre je sakupiti što veći broj bodova.

Da bismo bili u mogućnosti da osvojimo još više bodova, na dati fliper, u svakom primeru, je dozvoljeno **dodati do 3 prepreke**. Prepreke se mogu dodati samo u prazna polja flipera, i mogu biti proizvoljnog smera (po nekoj dijagonali polja, kao što su i date druge prepreke).

Za dati primer, potrebno je ispisati koje prepreke dodajemo, i iz koje kolone ispaljujemo kuglicu.

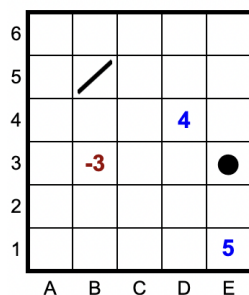
**Napomena:** Nije neophodno da se dobije maksimum mogućih bodova po primeru. Bilo koji raspored koji osvoji pozitivan broj bodova će doneti neki broj poena (P) na ovom zadatku, računajući sledećim formulama u primerima:

a)  $P = OP * (B/MB)$

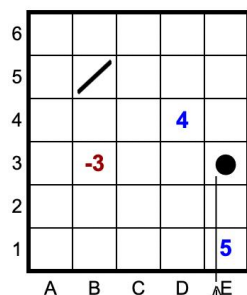
b)  $P = OP * (B/MB)^2$

gde je OP parametar dat u primeru, B je broj osvojenih fliper bodova u primeru, a MB maksimalan mogući broj fliper bodova koji može da se osvoji u tom primeru ukoliko se prepreke i kolona ispaljivanja optimalno izaberu (parametar MB nije dat).

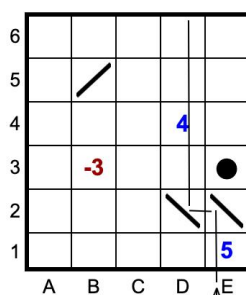
Primer:



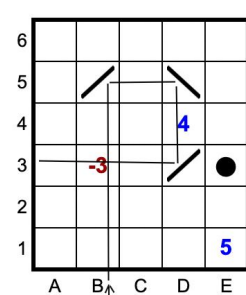
Slika 5.01



Slika 5.02



Slika 5.03

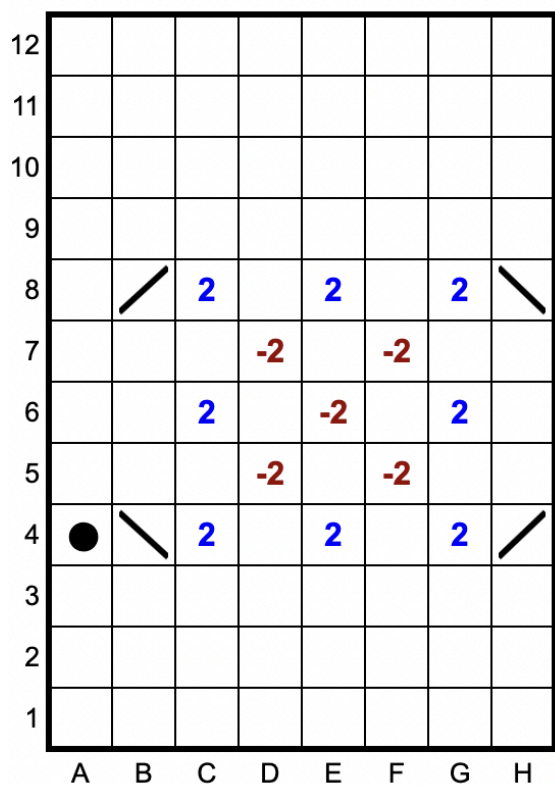


Slika 5.04

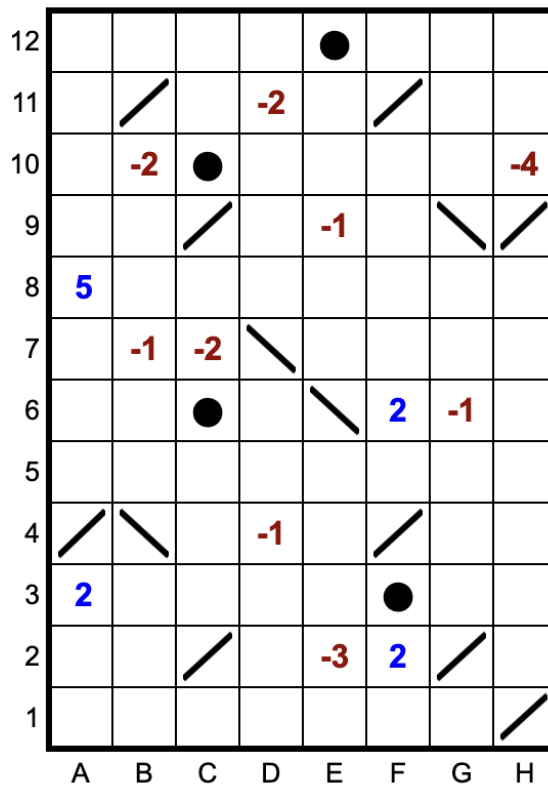
Za dati primer na slici 5.01 ukoliko samo ispalimo kuglicu recimo iz kolone E, ona će preći preko broja 5 i zatim završiti na crnoj rupi (prikazano na slici 5.02), broj osvojenih bodova bi u ovom slučaju bio 5. Ukoliko dodamo prepreke u smeru \ na polja D2 i E2, i opet ispalimo kuglicu iz kolone E, ona će preći preko broja 5, zatim se odbiti od prepreka i preći preko polja 4, pa zatim završiti udaranjem u gornju stranu flipera, osvajanjem  $4 \cdot 5 = 20$  bodova (prikazano na slici 5.03). Jedan od načina da se osvoji najveći mogući broj bodova na ovom primeru prikazan je na slici 5.04 (dodati prepreku \ na polje D5 i prepreku / na polje D3), i ispalimo kuglicu iz kolone B, ovim bismo osvojili  $-3 \cdot 4 \cdot -3 = 36$  bodova.

**Ispisati dodatne prepreke i kolonu početka kuglice za date primere:**

a)	OP = 8	Fliper je prikazan na slici 5.1
b)	OP = 16	Fliper je prikazan na slici 5.2



Slika 5.1



Slika 5.2